

ランプ信号を用いた比較器雑音計測

A Comparator Noise Measurement Method Using a Ramp Signal

源代 裕治
Yuji Gendai

松澤 昭
Akira Matsuzawa

東京工業大学大学院理工学研究科 電子物理学専攻
Department of Physical Electronics, Tokyo Institute of Technology

1 はじめに

入力換算ノイズは比較器の基本特性として重要である。その値は、出力が1になる頻度を、比較電圧を少しずつらしながら計数した分布関数から求まる。これは手間のかかる評価である。一方ノイズの大きさ(分散)を求めるだけなら、ランプ信号を用いる手法で大幅に簡素化できる[1]。この手法は筆者らにより Logistic 分布に対し開発されたが、今回、同じ計算式が分布に依らずそのまま成り立つという結果を得た。

2 問題の定式化

単一のランプ信号を一定間隔でサンプリングするとき、比較器の入力 v_{in} はサンプル番号 k を用いて

$$v_{in}[k] = a \cdot (k - k_0) \quad (1)$$

と表わすことができる。ここで a はランプの傾き、 k_0 は v_{in} が GND レベルを横切る時刻である。

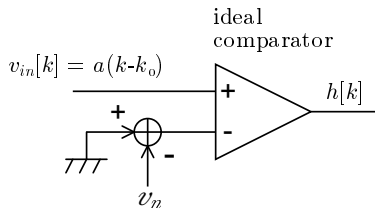


図1 比較器のモデル

ノイズを含む比較器を図1のようにモデル化する。ノイズ分布(確率密度関数)を $p_n(v_n)$ と置くと、比較器出力 $h \in \{0, 1\}$ の分布関数は下式で表わされる。

$$\text{Prob}[h = 1] = \int_{-\infty}^{v_{in}} p_n(x) dx \quad (2)$$

ここで文献[1]に基づき、比較器出力 $h[k]$ の k_0 周りの1次モーメントの期待値を計算する。

$$\begin{aligned} & \mathbf{E} \left[\sum_{k < k_0} (k_0 - k) h[k] + \sum_{k > k_0} (k - k_0) (1 - h[k]) \right] \\ &= \frac{1}{a} \left(\sum_{k < k_0} \left(-v_{in}[k] \int_{-\infty}^{v_{in}[k]} p_n(x) dx \right) \right. \\ & \quad \left. + \sum_{k_0 < k} \left(v_{in}[k] \int_{v_{in}[k]}^{\infty} p_n(x) dx \right) \right) \\ &\approx \frac{1}{a^2} \left(\int_{-\infty}^0 (-v) \cdot \left(\int_{-\infty}^v p_n(x) dx \right) dv \right. \end{aligned}$$

$$\left. + \int_0^{\infty} v \cdot \left(\int_v^{\infty} p_n(x) dx \right) dv \right) \quad (3)$$

ここで最初の変形は(1)式を代入し、2番目は和を積分で近似した。右辺第1項を部分積分すると、

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^0 (-v) \left(\int_{-\infty}^v p_n(x) dx \right) dv \\ &= \left[-\frac{v^2}{2} \int_{-\infty}^v p_n(x) dx \right]_{-\infty}^0 \\ & \quad + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^0 v^2 p_n(v) dv \end{aligned} \quad (4)$$

(4)式の右辺第1項は0に収束する。第2項の積分はノイズ分散 σ^2 の定義式の片側区間分である。(3)式第2項も同様に計算すると全区間の積分が出る。(3)式の期待値を観測値で置き換えることでノイズ推定値 $\hat{\sigma}$ が

$$\hat{\sigma}^2 = 2a^2 \left(\sum_{k < k_0} (k_0 - k) h[k] + \sum_{k > k_0} (k - k_0) (1 - h[k]) \right) \quad (5)$$

と求まる。

図2に数値実験の結果を示す。サンプル数が $\pm 4\sigma$ になるようにスロープを調整し、ガウスノイズに対し1000回試行で求めた推定誤差をプロットした。

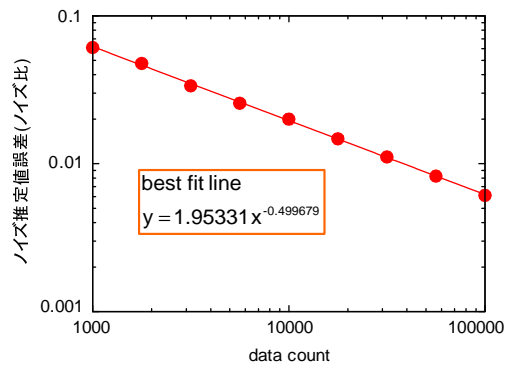


図2 ノイズ推定誤差のサンプル数依存

謝辞

本研究の一部は、東京大学大規模集積システム設計教育研究センターを通し、日本ケイデンス株式会社の協力で行われたものである。

参考文献

[1] Yuji Gendai, "The Maximum-Likelihood Noise Magnitude Estimation in ADC Linearity Measurements," IEEE Trans. on IM, Vol. 59, No. 7, pp. 1746-1754 July 2010.